

## **Лабораторна робота № 4**

### **ВИЗНАЧЕННЯ ПРОСТИХ ФОРМ І ЇХ КОМБІНАЦІЙ У КРИСТАЛІЧНИХ МНОГОГРАННИКАХ**

Мета роботи – навчитися визначати прості форми і їх комбінації у кристалічних многогранниках.

#### **Основні теоретичні відомості**

Зведення всіх граней, що утворюють кристалічний многогранник, до порівняно невеликого числа типів цих граней значно спрощує опис кристалічних многогранників. Незважаючи на величезну кількість відомих кристалів ( $\sim 10^4$ ), число типів граней, що утворюють ці кристали, складає усього 47.

*Проста форма* це сукупність граней кристала однакового розміру і форми, які пов'язані між собою елементами симетрії. Грані однієї простої форми позначаються однотипними індексами. Повна сукупність граней однієї простої форми може бути отримана розмноженням будь-якої із цих граней за допомогою елементів симетрії кристала. Кількість граней, що входять до однієї простої форми, відрізняється і змінюється в залежності від виду простої форми і може налічувати від однієї (моноедр) до 48 (гексаоктаедр) граней.

Більшість назв простих форм походить від грецьких слів: моноедр (моно – один і едра – грань), діедр (ді – два), тетраедр (тетра – чотири), гексаедр (гекса – шість), октаедр (окта – вісім), додекаедр (додека – дванадцять).

Кількість граней в простій формі залежить від розташування вихідної грані відносно елементів симетрії. Якщо через грань не проходить жодного

елемента симетрії, то утворюється *загальна проста форма*. Якщо через вихідну грань проходять елементи симетрії, то утворюється *частинна проста форма*. І чим більше елементів проходить через вихідну грань, тим меншу кількість граней має проста форма.

У кожний клас симетрії входять декілька частинних простих форм і одна загальна проста форма.

Прості форми також бувають *відкриті* і *закриті*. Грані однієї *закритої простої форми* замикають простір з усіх боків на відміну від *відкритих простих форм*, грані яких самі по собі не можуть утворювати (без участі інших простих форм) обмежений об'єм.

Кристалічний многогранник не може бути утворений однією відкритою простою формою. Сполучення декількох простих форм в одному кристалічному многограннику називається *комбінацією простих форм*. Комбінація може складатися із двох або більшої кількості простих форм.

У більшості випадків огранка природного кристала складається з декількох простих форм, тобто утворюється комбінацією декількох простих форм. Якщо складну огранку такого кристала розділити на складові прості форми, то задачу індексування множини граней кристала зводять до визначення єдиного типового символу для кожної із простих форм.

Щоб визначити вид конкретної простої форми, необхідно встановити який вигляд мають її грані і подумки продовжити їх до перетину одна з одною. За виглядом многогранника, що утворився, визначають назву даної простої форми.

Назви більшої частини простих форм нижчої і середньої категорій утворюються за простою схемою – вказуються дві ознаки: форма осно-

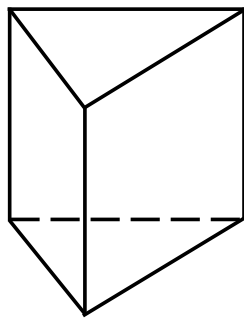
ви відповідної фігури і її загальна назва, як то *призма, піраміда і діпіраміда*. Зовнішній вигляд цих простих форм наведено на рисунках 11 та 12.

Основою призми, піраміди і діпіраміди може служити один із правильних плоских багатокутників: ромб, рівносторонній трикутник – тригон (рис. 11, *г*), дітригон – подвоєний трикутник, одержаний із рівностороннього трикутника за рахунок подвоєння його сторін (рис.12, *г*), тетрагон – квадрат (рис.11, *и*), дітетрагон – подвоєний квадрат (рис. 12, *и*), гексагон – правильний шестикутник (рис. 11, *н*), дігексагон – подвоєний гексагон (рис. 12, *н*).

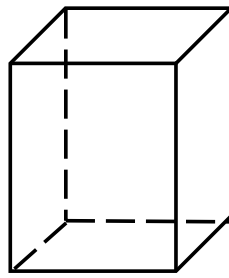
Сполучення обох ознак визначає повну назву простої форми. Наприклад, тригональна призма, ромбічна піраміда, дігексагональна діпіраміда, дітетрагональна піраміда.

Особливе положення займає сімейство *трапецоєдрів* (від грецького слова “трапеція” – чотирикутник). На рисунку 13 показані трапецоєдри трьох сингоній. Кожний з них утворений чотирикутними гранями у формі не рівнобедреної трапеції.

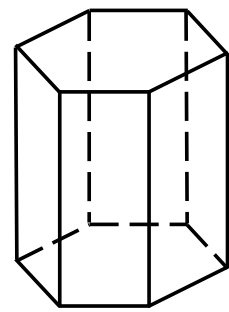
Серед простих форм нижчої і середньої категорій варто відмітити *ромбічний* (рис. 14, *а*) і *тетрагональний* (рис. 14, *б*) *тетраедри*. Ромбічний тетраедр утворений чотирма гранями у формі косокутних трикутників. Тетрагональний – чотирма гранями у формі рівнобедрених трикутників.



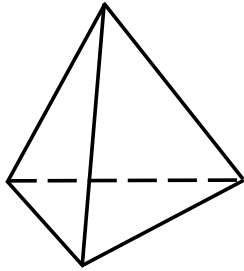
*a*



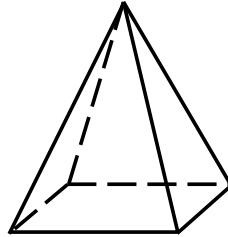
*d*



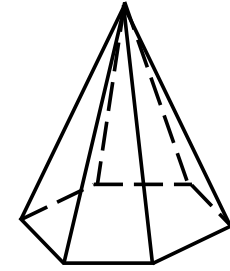
*k*



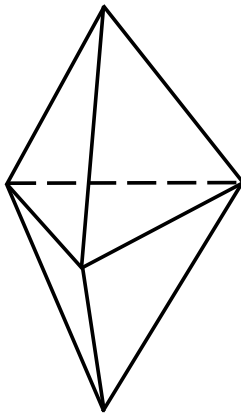
*b*



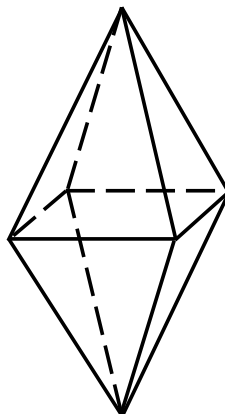
*e*



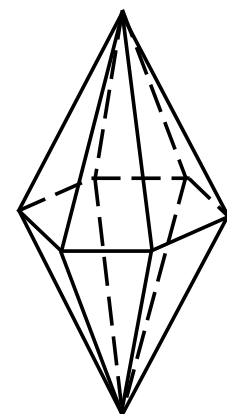
*l*



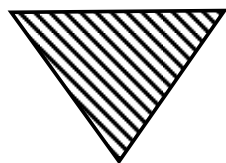
*v*



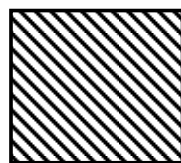
*ж*



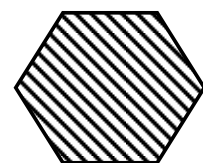
*m*



*z*



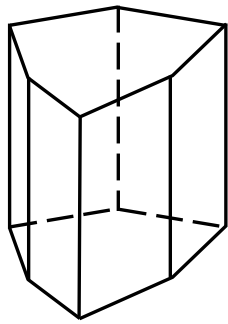
*u*



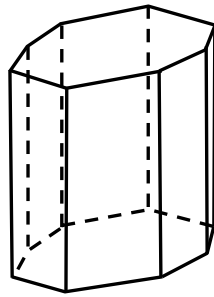
*n*

*a* –призма тригональна; *b* – піраміда тригональна; *v* – діпіраміда тригональна; *z* – тригон; *d* – призма тетрагональна; *e* – піраміда тетрагональна; *ж* – діпіраміда тетрагональна; *u* – тетрагон; *k* – призма гексагональна; *l* – піраміда гексагональна; *m* – діпіраміда гексагональна; *n* – гексагон

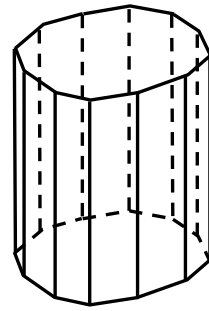
Рисунок 11 – Призми, піраміди, діпіраміди та їх перерізи



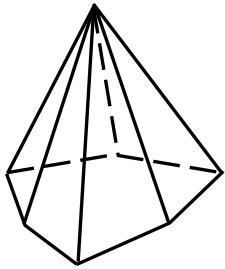
*a*



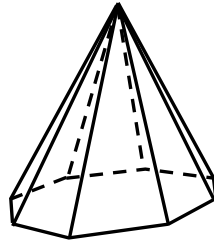
*д*



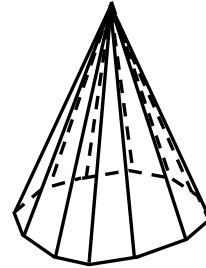
*к*



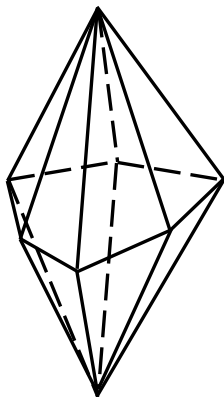
*б*



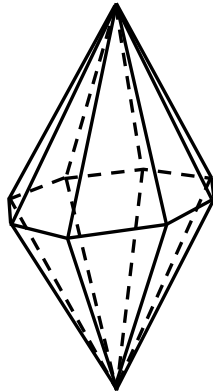
*e*



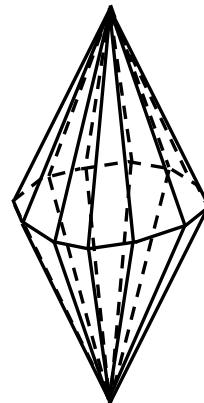
*л*



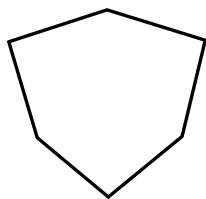
*в*



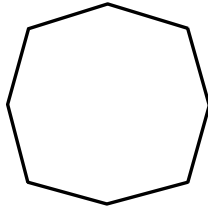
*ж*



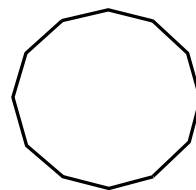
*м*



*г*



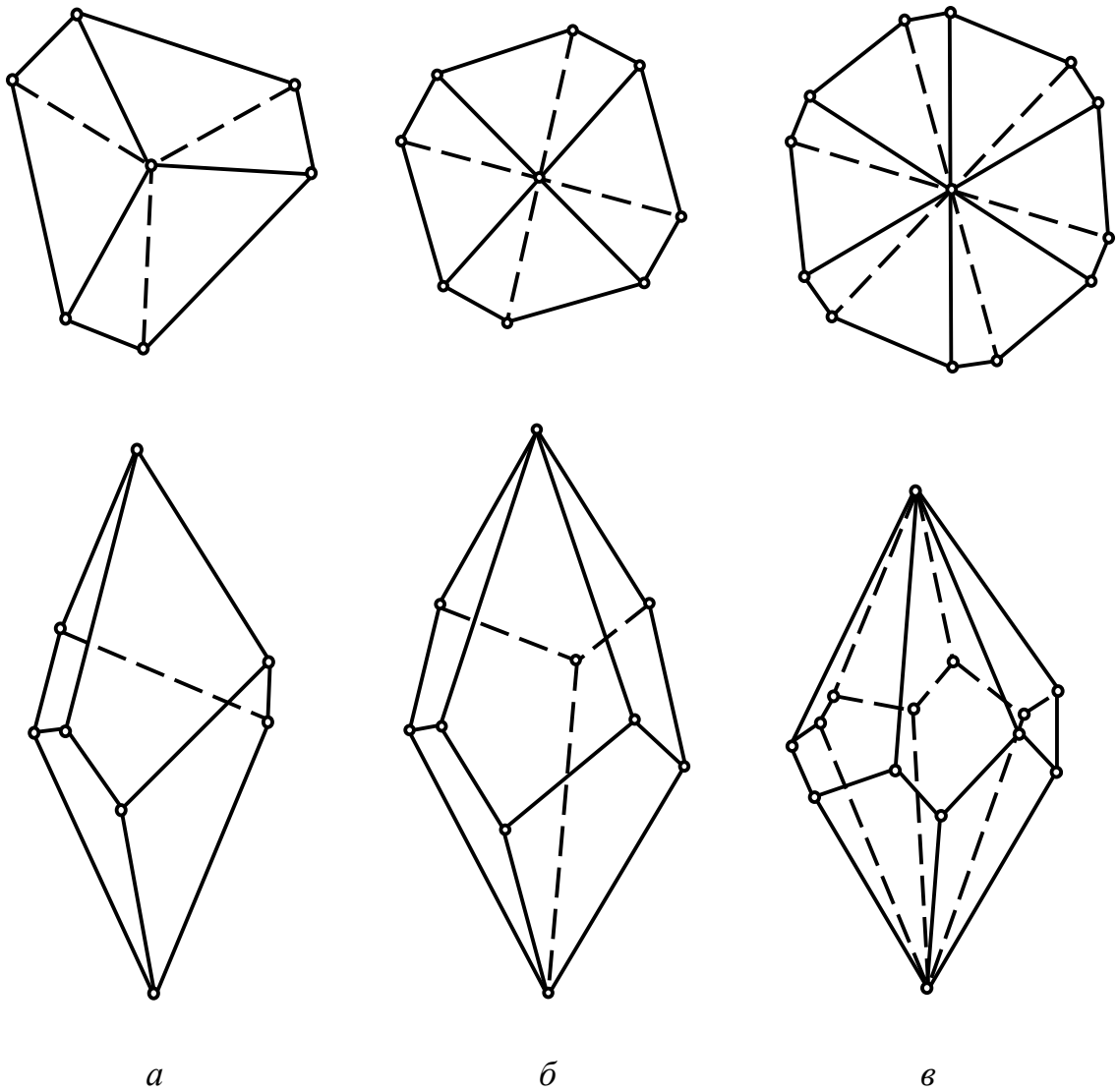
*и*



*н*

*a* –призма дітригональна; *б* – піраміда дітригональна; *в* – діпіраміда дітригональна; *г* – дітригон; *д* – призма дітетрагональна; *e* – піраміда дітетрагональна; *ж* – діпіраміда дітейрагональна; *и* – дітетрагон; *к* – призма дігексагональна; *л* – піраміда дігексагональна; *м* – діпіраміда дігексагональна; *н* – дігексагон

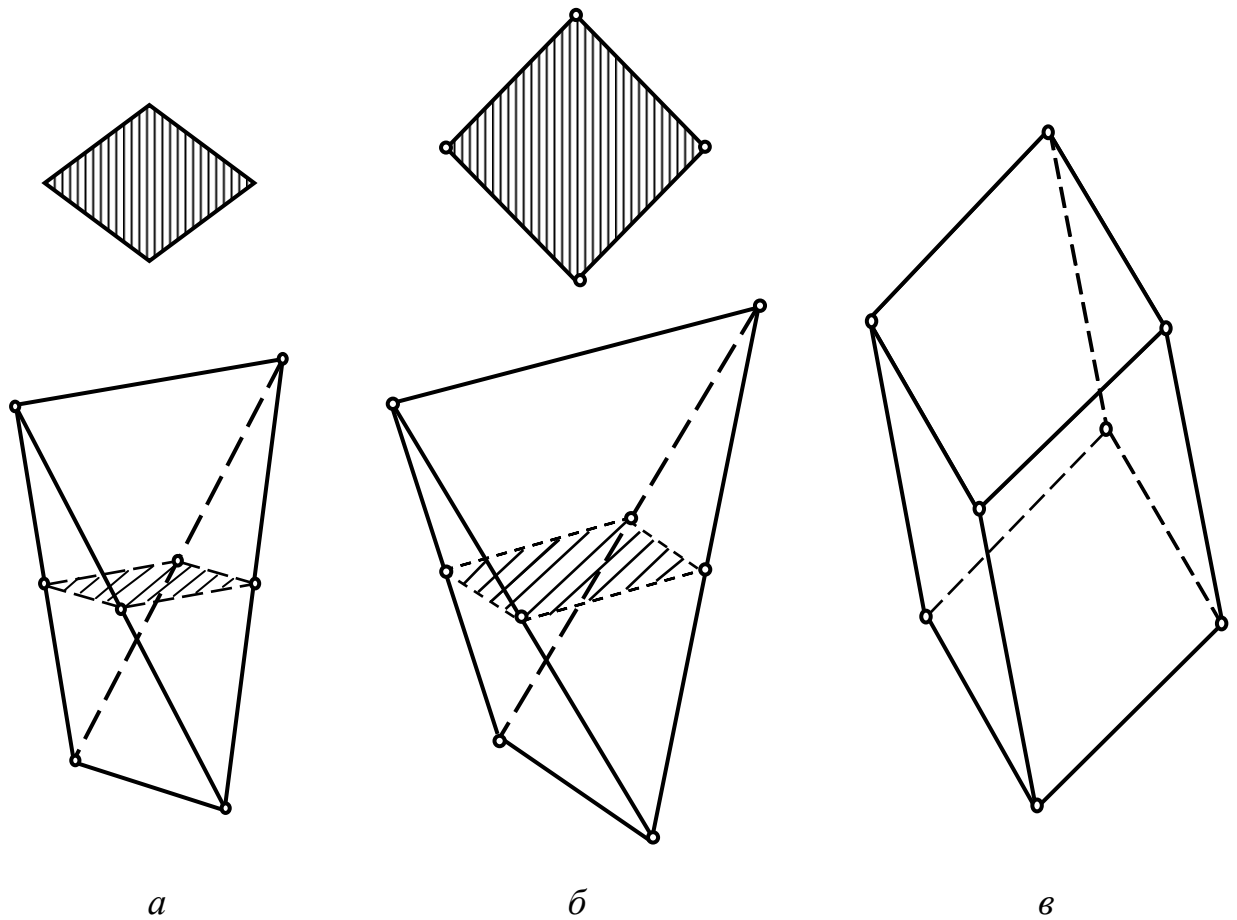
Рисунок 12 – Подвоєні призми, піраміди, діпіраміди та їх перерізи



*a* – тригональний; *б* – тетрагональний; *в* – гексагональний

Рисунок 13 – Трапецеєдри

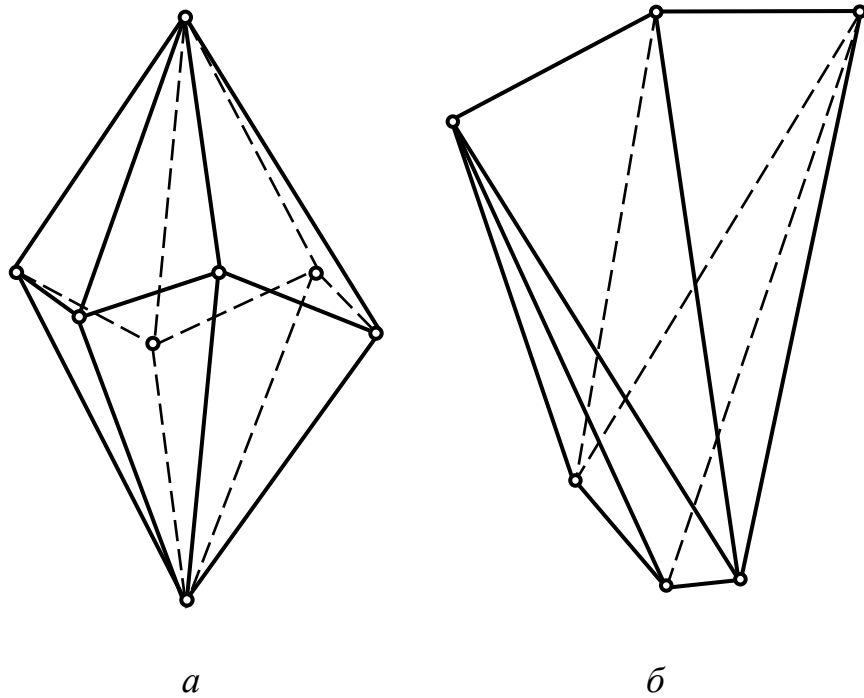
Ще одна проста форма нижчої та середньої сингоній – *ромбоєдр* (рис. 14, *в*). Ромбоєдр можна, зобразити як стиснутий (або розтягнутий) по одній з об'ємних діагоналей куба. Він складається з шести граней у вигляді правильних ромбів, які можуть утворювати трьохгранну вершину, сполучаючись або гострими кутами, і тоді утворюється витягнутий ромбоєдр, або тупими кутами, тоді ромбоєдр буде стиснутий. Через цю трьохгранну вершину проходить інверсійна вісь симетрії третього порядку.



*a* – ромбичний тетраедр; *б* – тетрагональний тетраедр; *в* – ромбоедр

Рисунок 14 – Тетраедри і ромбоедр

Оригінальною зовнішньою огранкою виділяються *скаленоедри* (рис. 15). Скаленоедри бувають тригональні (рис. 15 *a*) та тетрагональні (рис. 15 *б*). Тригональний скаленоедр зображують як ромбоедр із подвоєною кількістю граней (число граней тригонального скаленоедра вдвічі більше числа граней ромбоедра). Тетрагональний скаленоедр зображують як тетрагональний тетраедр із подвоєними гранями.



*a* – тригональний; *б* – тетрагональний

Рисунок 15 – Скаленоедри

*Дієдр* – проста форма, що утворена парою однакових граней, які перетинаються під деяким кутом. Якщо між цими гранями можна провести площину симетрії, то такий дієдр називається *д`ома*, якщо вісь симетрії 2-го порядку – *сфеноїд*.

*Пінакоїд* утворений також двома гранями, але гранями паралельними.

*Моноєдр* це одна грань, наприклад, грань основи піраміди є моноєдром.

Прості форми вищої категорії умовно можна розбити на три групи по п'ять простих форм у кожній: *група тетраедра*, *група гексаедра (куба)*, *група октаедра*.



Назви цих п'ятнадцяти простих форм вищої категорії на перший погляд здаються складними. Хоча по суті більшість цих назв формуються з трьох частин: а) в першій частині вказана форма грані (тригон, тетрагон, пентагон); б) в другій – число цих граней, утворених в результаті поділу однієї грані вихідної простої форми (тетраедра, октаедра або куба) – три, чотири (тетра) або шість (гекса); в) в останній – назва вихідної простої форми (тетраедр, октаедр або гексаедр).

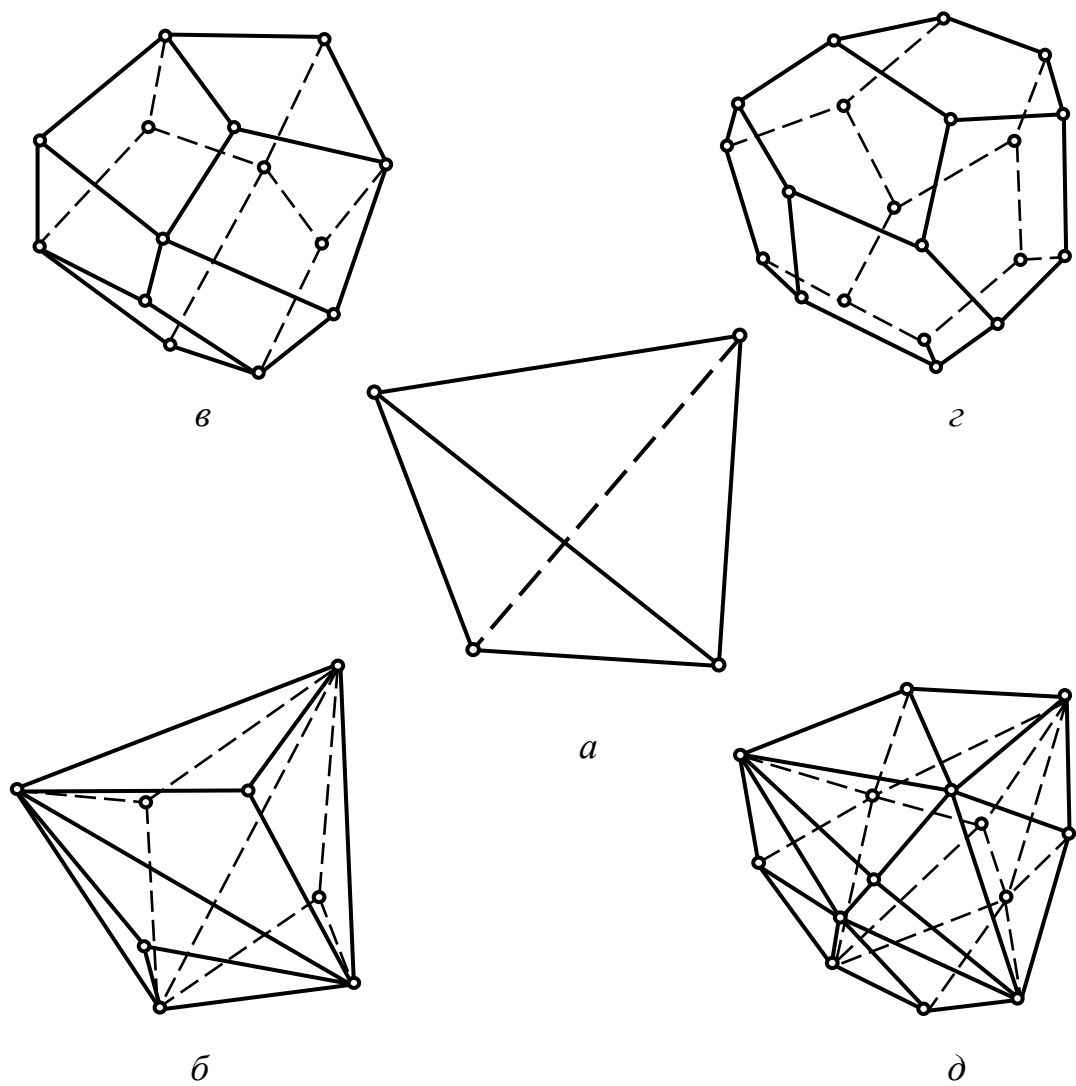
До групи тетраедра (рис. 16) входять такі похідні форми як тригон-тритетраедр, тетрагонтритетраедр, пентагонтритетраедр та гексатетраедр.

До групи октаедра (рис. 17) – тригонтриоктаедр, тетрагонтриоктаедр, пентагонтриоктаедр та гексаоктаедр.

До групи гексаедра (куба) (рис. 18) – ромбододекаедр, який має 12 граней у формі ромбів, пентагондодекаедр (12 граней у формі п'ятикутників), діододекаедр (подвоєний додекаедр) та тетрагексаедр.

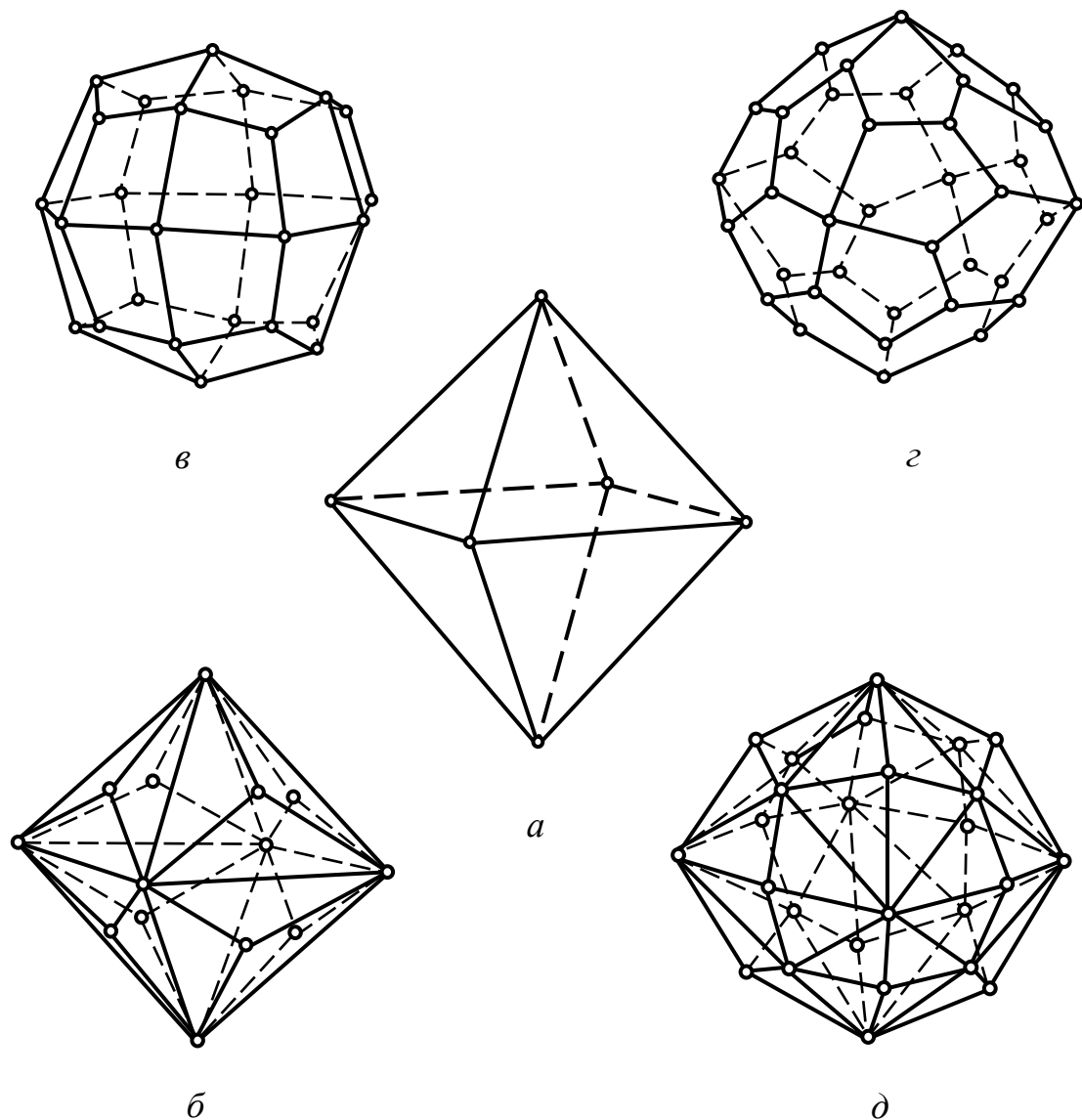
### **Порядок виконання роботи**

- 1) Визначити елементи симетрії кристалічного многогранника.
- 2) Визначити сингонію, категорію многогранника.
- 3) Вибрати для даного многогранника систему координат та встановити його в ній.
- 4) Визначити грані одного розміру і форми та записати символ простої форми. Вказати назву простої форми та зазначити кількості граней, що їй належать.
- 5) Зробити висновок, щодо комбінації простих форм кристалічного многогранника.



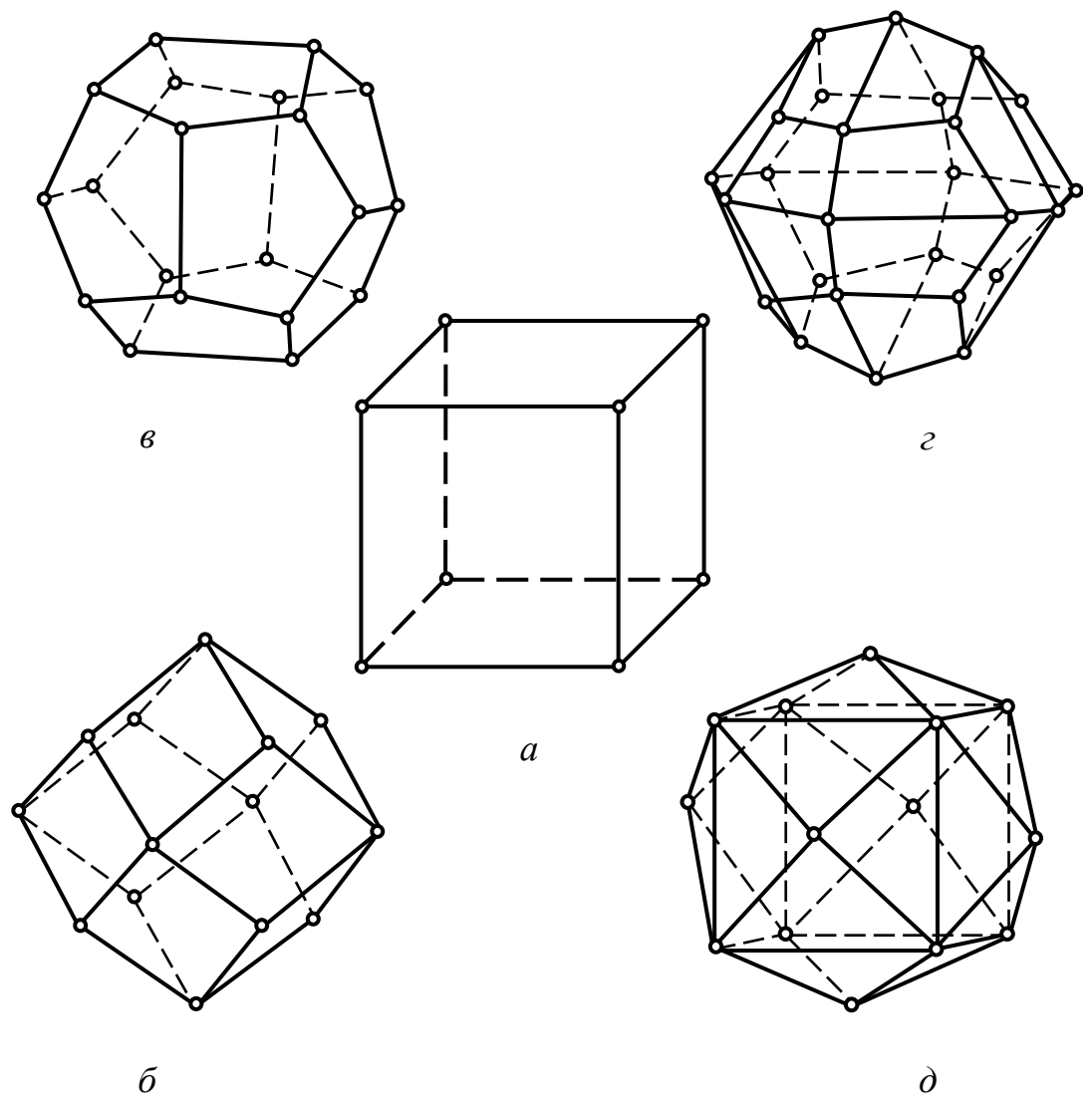
*a* – тетраедр кубічний; *б* – тригонритетраедр; *в* – тетрагонритетраедр;  
*г* – пентагонритетраедр; *д* – гексатетраедр

Рисунок 17 – Група тетраедра



*a* – октаедр; *б* – тригонтриоктаедр; *в* – тетрагонтриоктаедр;  
*г* – пентагонтриоктаедр; *д* – гексаоктаедр

Рисунок 17 – Группа октаедра



*a* – гексаедр (куб); *б* – ромбододекаедр; *в* – пентагондодекаедр;  
*г* – дідодекаедр; *д* – тетрагексаедр

Рисунок 18 – Група гексаедра (куба)

*Приклад.* На рисунку 19 зображено кристалічний многогранник. Елементи симетрії цього многогранника  $L_66L_27PC$ . Сингонія – гексагональна; категорія – середня. Обрана система координат приведена на рисунку 19. Многогранник має дві групи граней, кожна з яких утворює просту форму.

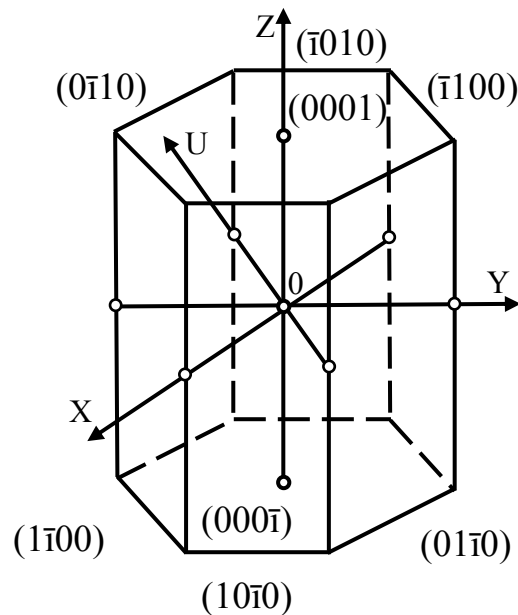


Рисунок 19 – Кристалічний многогранник, утворений гексагональною призмою і пінакоїдом

В таблиці 3 наведено символи усіх граней многогранника, узагальнені символи простих форм та назви простих форм, які утворюють грані.

Перша група складається із шести граней, що утворюють бічну поверхню многогранника. Символ цієї простої форми  $\{10\bar{1}0\}$ , кількість граней – 6, назва – гексагональна призма.

Друга група складається з двох граней, розташованих горизонтально. Символ простої форми  $\{0001\}$ , кількість граней – 2, назва – пінакоїд. Гек-

сагональна призма і пінакоїд – відкриті прості форми, які існують лише в комбінації.

Таблиця 3 – Символи граней та прості форми многогранника

Символи граней	Символ простої форми	Назва простої форми
$(1\bar{1}00)$	$\{10\bar{1}0\}$	гексагональна призма
$(10\bar{1}0)$		
$(01\bar{1}0)$		
$(\bar{1}100)$		
$(\bar{1}010)$		
$(0\bar{1}10)$		
$(0001)$	$\{0001\}$	пінакоїд
$(000\bar{1})$		

### Контрольні питання

- 1) Чим відрізняються відкриті і закриті прості форми?
- 2) Що називається комбінацією простих форм?
- 3) Чи можуть бути у кристалічного многогранника декілька різних однойменних простих форм?
- 4) Яким символом позначається повна сукупність граней, які входять в одну просту форму?
- 5) Чи може призма мати дванадцять однакових граней?