

**Лабораторна робота № 3**  
**МЕТОДИ ПОБУДОВИ ПЛАСКИХ ПРОЕКЦІЙ**  
**КРИСТАЛІЧНИХ МНОГОГРАННИКІВ**

Мета роботи – навчитися будувати стереографічні і гномостереографічні проекції кристалічних многогранників.

**Основні теоретичні відомості**

Зовнішня форма природних кристалів, як правило, є доволі складною. Для її зображення, а також для зображення елементів симетрії кристалів та для проведення вимірів двогранних кутів між їх відповідними гранями в кристалографії застосовують різні види проекцій. Відповідно до закону сталості кутів, величини двогранних кутів між відповідними гранями кристала є сталими та однозначно характеризують грані кристала.

Центральні сферичні проекції вдало передають ці кутові співвідношення кристалічних многогранників. Для цього кристалічний многогранник заміняють *полярним комплексом*, що представляє собою сукупністю нормалей до граней многогранника, які перетинаються в одній точці в центрі многогранника. Якщо полярний комплекс помістити у центр сфери довільного радіусу (сфера проекцій) та знайти сліди перетину елементів комплексу зі сферою, то отримаємо *сферичну проекцію полярного комплексу*.

Зручнішими для зображення та кристалографічних вимірів є пласкі проекції – *стереографічні та гномостереографічні*. Для перетворення об'ємної сферичної проекції у пласку потрібно сферу проекцій перетнути площиною  $Q$ . За площину стереографічної проекції приймається екваторіальна площина, на яку сфера проектується у вигляді кола проекції.

Принцип побудови стереографічної проекції показаний на рисунку 9.

В одному із полюсів (південному) сфери проекцій розташовують точку зору  $S$ .

Щоб спроектувати напівпряму, наприклад  $OA$ , проводимо пряму  $AS$  від полюсної точки  $A$  цього напрямку на сфері проекції до точки зору  $S$ . Тоді перетин лінії  $AS$  із колом проекції точка  $a$  є стереографічною проекцією напрямку  $OA$ .

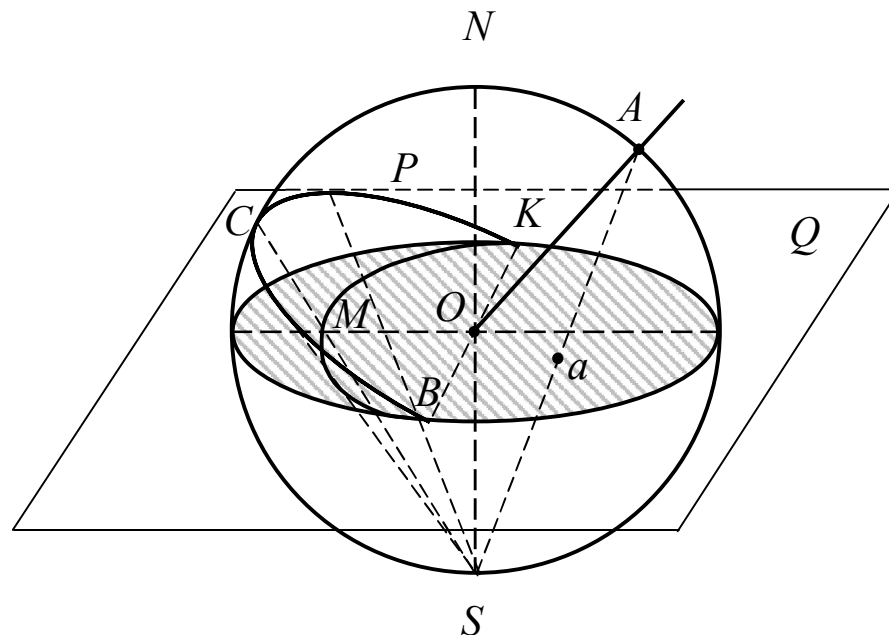


Рисунок 9 – Принцип побудови стереографічної проекції напрямку  $OA$  і площини  $P$

*Сtereoграфічна проекція вертикального напрямку зображується точкою в центрі кола проекції.*

*Сtereoграфічна проекція горизонтального напрямку зображується точкою на межі кола стереографічної проекції.*

*Сtereoграфічна проекція похилого напрямку зображується точкою у середині кола проекції, яка не співпадає з його центром.*

Щоб отримати стереографічну проекцію площини  $P$ , необхідно усі точки дуги  $BCK$ , яка утворюється на перетині площини  $P$  зі сферою проекцій, сполучити з точкою зору  $S$ , прямими. В результаті отримуємо конус проекцій, який на перетині з площиною проекцій  $Q$  утворить дугу  $BCK$ . Ця дуга, що спирається на кінці діаметру кола проекцій, є стереографічною проекцією площини  $P$ .

В кристалографії стереографічні проекції застосовують для зображення елементів симетрії кристалічних многогранників.

*Сtereoграфічна проекція горизонтальної осі симетрії* зображується двома діаметрально протилежними точками на колі проекції.

*Сtereoграфічна проекція вертикальної осі симетрії* – точками, що накладаються одна на одну в центрі кола проекції.

*Сtereoграфічна проекція похилої осі симетрії* – точками у середині кола проекцій.

*Сtereoграфічна проекція вертикальної дзеркальної площини симетрії* зображується діаметральними подвійними лініями.

*Сtereoграфічна проекція горизонтальної дзеркальної площини симетрії*, яка співпадає з площиною кола проекцій, позначається подвійною лінією вздовж лінії кола проекцій (два концентричні кола).

*Сtereoграфічні проекції похилої дзеркальної площини симетрії* є дугами, що спираються на діаметр кола проекцій і позначаються подвійними лініями.

Умовне позначення осей симетрії та площин дзеркального відбиття на стереографічній проекції наведено в таблиці 2.

Для зображення граней многогранника використовують *гномостереографічні проекції* (від грецького слова “гномон” – нормаль). При цьому зображують не многогранник, а його полярний комплекс, тобто не грані кристала, а нормалі до граней.

Площиною гномостереографічної проекції, як і для стереографічної проекції, служить екваторіальна площина сфери проекцій  $Q$ .

Щоб одержати гномостереографічну проекцію площини, проводять нормаль від цієї площини до перетину зі сферою проекції, а потім отриману полюсну точку з'єднує з точкою зору  $S$  прямою.

Щоб побудувати, гномостереографічні проекції нормалей, що перетинають сферу в нижній півсфері, переносять точку зору з південного полюсу сфери  $S$  у північний полюс  $N$ . Проекції граней, розташованих вище

Таблиця 2 – Умовні позначення елементів симетрії кристалічних  
многогранників на стереографічній проекції

Назва елемента симетрії		Умовне позначення	Зображення елементів симетрії відносно площини проекції	
			перпендикулярно та похило	паралельно
Площина дзеркального відбиття		$P$		
Центр симетрії		$C$	$C$	
Поворотні осі порядків	другого	$L_2$		
	третього	$L_3$		немає
	четвертого	$L_4$		
	шостого	$L_6$		немає
Інверсійні осі порядків	третього	$L_3$		немає
	четвертого	$L_4$		
	шостого	$L_6$		немає

площини проекції, позначають кружками, а нижніх – хрестиками. Іноді верхню грань зображують порожнім кружком, нижню – зачорненим.

Горизонтальній грані проектується в центрі кола проекції (верхня – кружком, нижня – хрестиком), вертикальній – на самому колі проекції, а похилі грані – усередині його. Чим більше кут нахилу до осі  $OZ$  похилої грані, тим далі від центру розташовується точка, що є її проекцією.

### Порядок виконання роботи

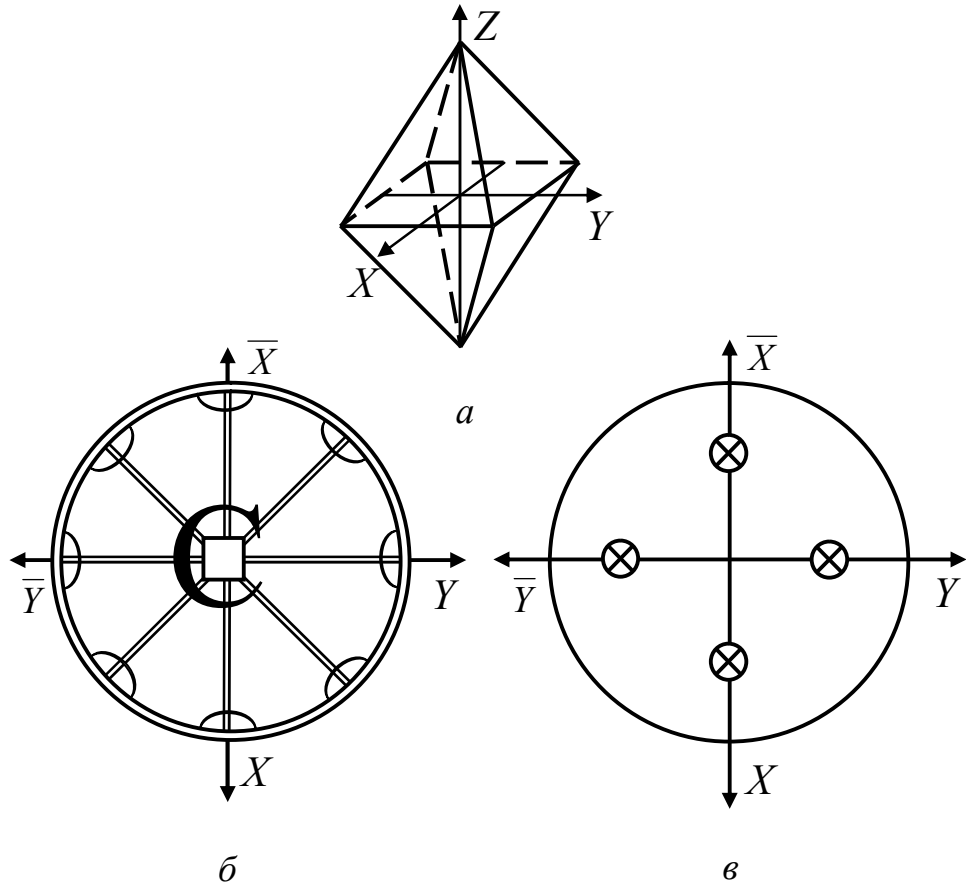
- 1) Визначити елементи симетрії кристалічного многогранника та записати сингонію та категорію, до яких належить многогранник.
- 2) Вибрати спеціальну координатну систему для кристалічного многогранника і встановити його в ній.
- 3) Зобразити стереографічну і гномостереографічну проекції кристалічного многогранника.

*Приклад.* На рисунку 10 зображені загальний вигляд тетрагональної діпіраміди (*a*) та її стереографічна (*b*) і гномостереографічна (*в*) проекції.

Елементи симетрії кристала –  $L_44L_25PC$ . Сингонія – тетрагональна. Категорія – середня. Вибираємо за вісь  $OZ$  – вісь  $L_4$ , за осі  $OX$  і  $OY$  – координатні осі  $L_2$ .

### Контрольні питання

- 1) Яке основне призначення стереографічних проекцій?
- 2) Чим відрізняються стереографічна і гномостереографічна проекції кристала?
- 3) Принцип побудови стереографічної проекції.



*a* – загальний вигляд тетрагональної діпіраміди; *b* – стереографічна проекція; *v* – гномостереографічна проекція

Рисунок 10 – Загальний вид та проекції тетрагональної діпіраміди

- 4) Де на гномостереографічній проекції розташовуються вертикальні грані кристала?
- 5) Як відрізнити на гномостереографічній проекції верхню і нижню грані кристала?